Gyroid

Die Gyroid Surface wird nach folgender Gleichung berechnet.

$$\cos(x)\sin(y)+\cos(y)\sin(z)+\cos(z)\sin(x)=0 \qquad \text{Gl. 1}$$

Alternativ läßt sich die Gyroid Surface auch nach folgender Gleichung berechnen.

$$\sin(x+y)+\sin(y+z)+\sin(z+x)-\sin(x-y)-\sin(y-z)-\sin(z-x)=0 \qquad \text{Gl. 2}$$

Wenn beide Gleichungen das gleiche Ergebnis liefern dann muss sich Gl. 2 in Gl. 1 umformen lassen.

Dazu benutzen wir folgende Additionstheoreme aus einer Formelsammlung.

$$\sin(a+b)=\sin(a)\cos(b)+\sin(b)\cos(a) \qquad \text{Gl. 3}$$

$$\sin(a-b)=\sin(a)\cos(b)-\sin(b)\cos(a) \qquad \text{Gl. 4}$$

Gl. 2 vereinfachen wir zur besseren Übersichtlichkeit.

$$A+B+C-D-E-F=0 \qquad \text{Gl. 5}$$

mit

$$A=\sin(x+y) \qquad \text{Gl. 6}$$
$$B=\sin(y+z) \qquad \text{Gl. 7}$$
$$C=\sin(z+x) \qquad \text{Gl. 8}$$
$$D=\sin(x-y) \qquad \text{Gl. 9}$$
$$E=\sin(y-z) \qquad \text{Gl. 10}$$
$$F=\sin(z-x) \qquad \text{Gl. 11}$$

Gl. 3 und Gl. 4 setzen wir sinngemäß in Gl. 6 bis Gl. 11 ein.

$$A=\sin(x+y)=\sin(x)\cos(y)+\sin(y)\cos(x) \qquad \text{Gl. 12}$$
$$B=\sin(y+z)=\sin(y)\cos(z)+\sin(z)\cos(y) \qquad \text{Gl. 13}$$
$$C=\sin(z+x)=\sin(z)\cos(x)+\sin(x)\cos(z) \qquad \text{Gl. 14}$$
$$D=\sin(x-y)=\sin(x)\cos(y)-\sin(y)\cos(x) \qquad \text{Gl. 15}$$
$$E=\sin(y-z)=\sin(y)\cos(z)-\sin(z)\cos(y) \qquad \text{Gl. 16}$$
$$F=\sin(z-x)=\sin(z)\cos(x)-\sin(x)\cos(z) \qquad \text{Gl. 17}$$

Jetzt kombinieren wir A und D.

$$A-D=\sin(x)\cos(y)+\sin(y)\cos(x)-\sin(x)\cos(y)+\sin(y)\cos(x)$$

$$A-D=2\sin(y)\cos(x) \qquad \text{Gl. 18}$$

Jetzt kombinieren wir B und E.

$$B-E=\sin(y)\cos(z)+\sin(z)\cos(y)-\sin(y)\cos(z)+\sin(z)\cos(y)$$

$$B-E=2\sin(z)\cos(y) \qquad \text{Gl. 19}$$

Jetzt kombinieren wir C und F.

$$C-F=\sin(z)\cos(x)+\sin(x)\cos(z)-\sin(z)\cos(x)+\sin(x)\cos(z)$$

$$C-F=2\sin(x)\cos(z) \qquad \text{Gl. 20}$$

Jetzt können wir Gl. 18, Gl. 19 und Gl. 20 in Gl. 5 einsetzen.

$$2\sin(y)\cos(x)+2\sin(z)\cos(y)+2\sin(x)\cos(z)=0 \qquad \text{Gl. 21}$$

Beide Seiten teilen wir durch 2.

$$\sin(y)\cos(x)+\sin(z)\cos(y)+\sin(x)\cos(z)=0 \qquad \text{Gl. 22}$$

Jetzt brauchen wir Gl. 22 nur ein bischen anders anordnen und erhalten Gl. 1, was zu beweisen war.

$$\cos(x)\sin(y)+\cos(y)\sin(z)+\cos(z)\sin(x)=0 \qquad \text{Gl. 1}$$